

**التمرين 1:**

- ليكن  $ABO$  مثلثا متساوي الساقين رأسه  $A$  . و النقطتين  $C$  و  $D$  بحيث :  $S_0(B) = D$  و  $S_0(A) = C$  .
- 1 - بين أن :  $AD^2 = AB^2 + \frac{1}{2}BD^2$  .
- 2 - بين أن :  $\overline{BA} \cdot \overline{BD} = \frac{3}{4}BD^2$  .
- 3 - نضع :  $BD = 4$  و  $AB = \sqrt{10}$  .  
أ - أحسب  $AD$  .  
ب - حدد قيمة  $\cos(\widehat{ADB})$  و استنتج قياس  $\widehat{ADB}$  .

**التمرين 2:**

- $ABC$  مثلث و  $BAE$  و  $CAF$  مثلثان متساويا الساقين و قائما الزاوية خارج المثلث  $ABC$  .
- نضع :  $\widehat{BAC} = \alpha$  و  $AB = c$  و  $AC = b$  .
- 1 - أحسب  $\overline{AE} \cdot \overline{AC}$  و  $\overline{AF} \cdot \overline{AB}$  بدلالة  $b$  و  $c$  و  $\alpha$  .
- 2 - النقطة  $M$  منتصف القطعة  $[BC]$  .  
أ - أحسب  $\overline{AM} \cdot \overline{EF}$  .  
ب - استنتج أن  $(AM)$  و  $(EF)$  متعامدان .

**التمرين 3:**

- $ABC$  مثلث بحيث :  $AB = 3$  و  $AC = 4$  و  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  و  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $C$  على  $(AB)$  .
- 1 - بين أن  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 6$  و استنتج قيمة  $AB \times AH$  .
- 2 - لتكن النقطة  $M$  بحيث  $\overline{AM} = 2\overline{AB} + \overline{AC}$  .  
أ - بين أن  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = 24$  .  
ب - بين أن  $AM = 2\sqrt{19}$  .  
ج - استنتج قيمة  $\cos(\widehat{BAM})$  .

**التمرين 4:**

- $ABCD$  مربع طول ضلعه  $a$  النقطتين  $I$  و  $J$  بحيث  $\overline{BI} = \frac{1}{2}\overline{BC}$  و  $\overline{DJ} = \frac{1}{3}\overline{DC}$  نضع  $\widehat{IAJ} = \alpha$  .
- 1 - أحسب المسافتين  $AI$  و  $AJ$  .
- 2 - أكتب  $\overline{AI} \cdot \overline{AJ}$  بدلالة  $\alpha$  .
- 3 - بين أن :  $\overline{AI} \cdot \overline{AJ} = \frac{5a^2}{6}$  .
- 4 - استنتج قيمة  $\alpha$  بالراديان .

**التمرين 5:**

- $ABCD$  شبه منحرف قائم الزاوية في  $A$  و  $B$  بحيث  $AB = 2$  و  $AD = 1$  و  $BC = 4$  .  
بين أن المستقيمان  $(AC)$  و  $(BD)$  متعامدان .

**التمرين 6:**

- $ABCD$  مربع طول ضلعه  $4$  و  $I$  منتصف القطعة  $[AD]$  .  
نضع :  $\widehat{ACI} = \alpha$  .  
أ - أكتب  $\overline{CA} \cdot \overline{CI}$  بدلالة  $\alpha$  .  
ب - أحسب  $\overline{CA} \cdot \overline{CI}$  بطريقة أخرى .  
ج - أحسب  $\cos \alpha$  و استنتج قيمة مقربة لـ  $\alpha$  .

**التمرين 7:**

- ليكن  $ABC$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $A$  بحيث :  
 $\cos \widehat{BAC} = \frac{1}{4}$  و  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 6$  .
- 1 - بين أن  $AB = 8$  ثم احسب  $BC$  .
- 2 - لتكن النقطة  $I$  بحيث  $\overline{BI} = \frac{3}{4}\overline{BA}$  .  
أ - أحسب  $\overline{BI} \cdot \overline{BA}$  .  
ب - ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $I$  و العمودي على  $(AB)$  .  
بين أن  $\overline{MB} \cdot \overline{AB} = 48$  لكل  $M \in (\Delta)$  .

**التمرين 8:**

- ليكن  $ABC$  بحيث  $BC = 2$  و  $AC = \sqrt{3}$  و  $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{6}$  .
- 1 - أحسب المسافة  $AB$  ثم الزاوية  $\widehat{BAC}$  .
- 2 -  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $A$  على  $(BC)$  .  
بين أن  $AH^2 + \overline{BH} \cdot \overline{CA} = 0$  .
- 3 - أ - احسب  $BH$  ثم  $CH$  .  
استنتج أن  $3\overline{HB} + \overline{HC} = 0$  .  
ب - بين أن  $3MB^2 + MC^2 = 4MH^2 + 3$  لكل  $M \in (P)$  .
- 4 - أوجد مجموعة النقط  $M$  بحيث  $3MB^2 + MC^2 = 6$  .

**التمرين 9:**

- ليكن  $ABCD$  متوازي الأضلاع مركزه  $I$  بحيث  $AC = \sqrt{7}$  و  $BD = \sqrt{3}$  .
- 1 - أنشر العبارتين  $\|\overline{AB} + \overline{AD}\|^2$  و  $\|\overline{AB} - \overline{AD}\|^2$  .
- 2 - تحقق أن  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{DB}$  و  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC}$  .
- 3 - استنتج أن  $AB^2 + AD^2 = 5$  .
- 4 - حدد قيمة الجداء  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$  و استنتج قيمة  $AB \times AD$  .  
علما أن  $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$  .
- 5 - ليكن  $H$  مسقط  $I$  على  $(DC)$  بتواز مع  $(BC)$  .  
أ - بين أن  $H$  منتصف  $[DC]$  .  
ب - أحسب  $IH$  بدلالة  $DC$  و استنتج أن  $DC < \sqrt{5}$  .

**التمرين 10:**

- $ABC$  مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في  $B$  بحيث  $AB = \sqrt{2}$  .  
ننشأ خارجه المثلث المتساوي الأضلاع  $ABD$  .
- 1 - تحقق أن  $\overline{BA} \cdot \overline{BD} = 1$  .
- 2 - بين أن  $\overline{BD} \cdot \overline{BC} = -\sqrt{3}$  .
- 3 - أحسب المسافة  $CD$  .
- 4 - أ - بين أن  $\overline{AC} \cdot \overline{AD} = 1 - \sqrt{3}$  .  
ب - تحقق أن  $\widehat{DAC} = \frac{7\pi}{12}$  .  
ثم استنتج أن :  $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$  .