

القدرات المستهدفة

- استعمال المحسبة العلمية لتحديد قيمة مقربة لزاوية محددة بأحد نسبها المثلثية و العكس.
- التمكن من النسب المثلثية للزوايا الإعتيادية و تطبيق مختلف العلاقات .

تمرين رقم 1 :

1 - حدد الأفصول الرئيسي للنقطة M بحيث $M\left(\frac{2007\pi}{4}\right)$.

الحل :الطريقة 1 :

نقسم العدد 2007 على 4 نجد 501.75 . نأخذ أقرب عدد صحيح للعدد 501.75 الذي هو 502 .

$$\frac{2007\pi}{4} - 502\pi = \frac{2007\pi}{4} - \frac{2008\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$$

نحصل على : $502\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{2007\pi}{4}$ إذن الأفصول الرئيسي للعدد $\frac{2007\pi}{4}$ هو $-\frac{\pi}{4}$.

الطريقة 2 :

نضع الأفصول الرئيسي على الشكل $\alpha = \frac{2007\pi}{4} + 2k\pi$

نبحث عن قيمة k بحيث : $-\pi < \frac{2007\pi}{4} + 2k\pi \leq \pi$

نحصل على : $-1 < \frac{2007}{4} + 2k \leq 1$ الاختزال ب π

ومنه : $-\frac{2007}{4} < 2k \leq 1 - \frac{2007}{4}$ وبالتالي $-\frac{2011}{4} < 2k \leq -\frac{2003}{4}$

القسمة على 2 $-\frac{2011}{8} < k \leq -\frac{2003}{8}$

إذن : $-251,375 < k \leq -250,375$

بما أن $k \in \mathbb{Z}$ فإن $k = -251$ نعوض

$$\alpha = \frac{2007\pi}{4} + 2k\pi = \frac{2007\pi}{4} + 2 \times (-251) \times \pi = \frac{2007\pi}{4} - 502\pi = \frac{2007\pi}{4} - \frac{2008\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$$

تمرين رقم 2 :

ليكن $ABCD$ مربع و ADE مثلث متساوي الأضلاع خارج المربع .
و DCF مثلث متساوي الأضلاع داخل المربع .

1 - حدد القياسات التالية : $(\overline{AB}, \overline{AE})$ و $(\overline{DA}, \overline{DF})$ و $(\overline{DA}, \overline{DC})$ و $(\overline{DC}, \overline{DF})$.

2 - حدد القياسات التالية : $(\overline{DE}, \overline{DF})$ و $(\overline{FD}, \overline{FE})$ و $(\overline{FB}, \overline{FC})$.

3 - استنتج استقامية النقط E و B و F .

الحل :

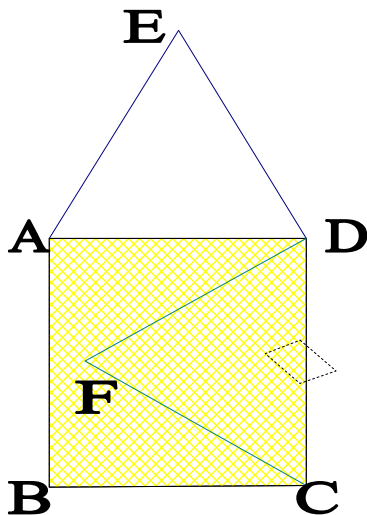
1 - لدينا المثلث DCF مثلث متساوي الأضلاع و الزاوية $(\overline{DC}, \overline{DF})$ موجهة توجيها سالباً .

$$(\overline{DC}, \overline{DF}) \equiv \frac{-\pi}{3} [2\pi] \quad \text{إذن :}$$

- لدينا $ABCD$ مربع و الزاوية $(\overline{DA}, \overline{DC})$ موجهة توجيها موجبا .

$$(\overline{DA}, \overline{DC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \quad \text{إذن}$$

- حسب علاقة شال : $(\overline{DA}, \overline{DF}) \equiv (\overline{DA}, \overline{DC}) + (\overline{DC}, \overline{DF}) [2\pi]$



$$(\overline{DA}, \overline{DF}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

$$\text{و منه } (\overline{DA}, \overline{DF}) \equiv \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

إذن

$$(\overline{AB}, \overline{AE}) \equiv (\overline{AB}, \overline{AD}) + (\overline{AD}, \overline{AE}) [2\pi]$$

- حسب علاقة شال

$$(\overline{AB}, \overline{AE}) \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$$

و منه

$$(\overline{AB}, \overline{AE}) \equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

إذن

$$(\overline{DE}, \overline{DF}) \equiv (\overline{DE}, \overline{DA}) + (\overline{DA}, \overline{DF}) [2\pi]$$

2 - حسب علاقة شال :

$$(\overline{DE}, \overline{DF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

و منه

$$(\overline{DE}, \overline{DF}) \equiv \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

إذن

- لدينا المثلث EFD قائم الزاوية و متساوي الساقين في النقطة D .

و الزاوية $(\overline{FD}, \overline{FE})$ موجهة توجيها موجبا إذن $(\overline{FD}, \overline{FE}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$.

- لنحسب القياس $(\overline{CF}, \overline{CB})$: لدينا $(\overline{CF}, \overline{CB}) \equiv (\overline{CF}, \overline{CD}) + (\overline{CD}, \overline{CB}) [2\pi]$

$$(\overline{CF}, \overline{CB}) \equiv \frac{-\pi}{3} + \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$(\overline{CF}, \overline{CB}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

لنحسب القياس $(\overline{FB}, \overline{FC})$: لدينا $2(\overline{FB}, \overline{FC}) \equiv \pi - \frac{\pi}{6} [2\pi]$

$$(\overline{FB}, \overline{FC}) \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi] \text{ و منه } 2(\overline{FB}, \overline{FC}) \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$$

3 - لدينا : $(\overline{FB}, \overline{FC}) + (\overline{FC}, \overline{FD}) + (\overline{FD}, \overline{FE}) \equiv \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} [2\pi]$

إذن : $(\overline{FB}, \overline{FE}) \equiv \frac{5\pi}{12} + \frac{4\pi}{12} + \frac{3\pi}{12} [2\pi]$ و منه $(\overline{FB}, \overline{FE}) \equiv \pi [2\pi]$ و بالتالي النقط B و E و F مستقيمية.

تمرين رقم 3 :

$$\sin(\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

1 - لنبسط

$$\sin(\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$= -\sin(x) + \cos(x) - \cos(x) + \sin(x)$$

$$= -\sin(x) + \sin(x) + \cos(x) - \cos(x) = 0$$

$$\sin(6\pi + x) - \cos(3\pi - x) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

2 - لنبسط

$$\sin(6\pi + x) - \cos(3\pi - x) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

$$= \sin(x) - \cos(2\pi + \pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$= \sin(x) - \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$= \sin(x) + \cos(x) - \cos(x) - \sin(x)$$

$$= 0$$

$$\sin(x - 7\pi) - \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \sin(x + 11\pi) + \cos\left(\frac{-3\pi}{2} - x\right)$$

3 - لنبسط

$$\sin(x - 7\pi) - \cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) + \sin(x + 11\pi) + \cos\left(\frac{-3\pi}{2} - x\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \sin(x - \pi - 6\pi) - \cos(2\pi + \frac{\pi}{2} + x) + \sin(x + \pi + 10\pi) + \cos(-2\pi + \frac{\pi}{2} - x) \\
&= \sin(x - \pi) - \cos(\frac{\pi}{2} + x) + \sin(x + \pi) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) \\
&= -\sin(\pi - x) + \sin(x) - \sin(x) + \sin(x) \\
&= -\sin(x) + \sin(x) - \sin(x) + \sin(x) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$\begin{aligned}
&\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) \\
&= \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\pi - \frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right) \\
&= \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) \\
&= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right) \\
&= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\right) \\
&= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)\right) \\
&= 2 \times 1 = 2
\end{aligned}$$

4 - لتبسط

تمرين رقم 4 :

نحسب النسب التالية $\tan\left(\frac{10\pi}{6}\right)$ و $\sin\left(\frac{-35\pi}{6}\right)$ و $\sin\left(\frac{-23\pi}{3}\right)$ و $\cos\left(\frac{25\pi}{4}\right)$

$$\begin{aligned}
&\tan\left(\frac{10\pi}{6}\right) \\
&= \tan\left(\frac{12\pi - 2\pi}{6}\right) \\
&= \tan\left(2\pi - \frac{2\pi}{6}\right) \\
&= \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sin\left(\frac{-35\pi}{6}\right) \\
&= \sin\left(\frac{-36\pi + \pi}{6}\right) \\
&= \sin\left(-6\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\
&= \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sin\left(\frac{-23\pi}{3}\right) \\
&= \sin\left(\frac{-24\pi + \pi}{3}\right) \\
&= \sin\left(-8\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\
&= \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\cos\left(\frac{25\pi}{4}\right) \\
&= \cos\left(\frac{24\pi + \pi}{4}\right) \\
&= \cos\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) \\
&= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

