

2 - تحديد الأضوال الرئيسي للقياس $\frac{40\pi}{6}$

لدينا : $\frac{40\pi}{6} = \frac{36\pi + 4\pi}{6} = 6\pi + \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + 6\pi$ وبما أن $-\pi < \frac{2\pi}{3} < \pi$

فإن الأضوال الرئيسي هو $\frac{2\pi}{3}$

III- الزاوية الموجهة لنصفي مستقيم لهما نفس الأصل :

تعريف 1 :

المستوى (P) موجه توجيهها مباشرا و O نقطة من (P).

ليكن $[O, x)$ و $[O, y)$ نصفي مستقيم لهما نفس الأصل O.

الزوج $([O, x), [O, y)$ المكون من نصفي المستقيم $[O, x)$ و $[O, y)$

يسمى الزاوية الموجهة لنصفي مستقيم و يرمز لها بالرمز : $(\widehat{Ox, Oy})$

تعريف 2 :

قياسات الزاوية الموجهة $(\widehat{Ox, Oy})$ هي الأعداد $\beta - \alpha + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

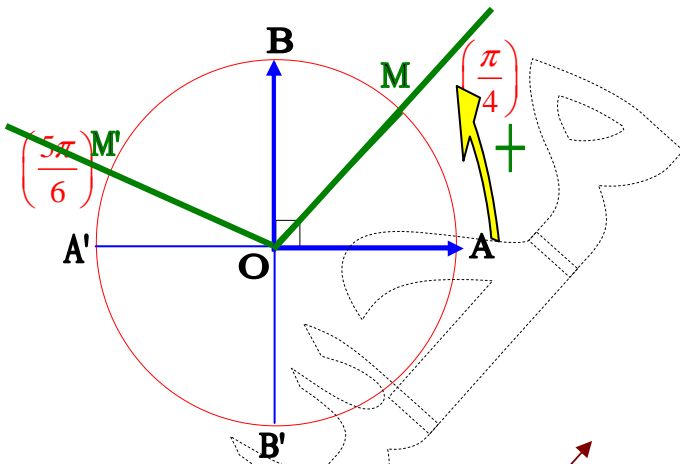
نرمز لقياس الزاوية $(\widehat{Ox, Oy}) \rightarrow (\overline{Ox, Oy})$ و نكتب $(\overline{Ox, Oy}) = \beta - \alpha + 2k\pi$ أو $(\overline{Ox, Oy}) \equiv \beta - \alpha [2\pi]$.

خاصية و تعريف :

من بين قياسات زاوية موجهة لنصفي مستقيم يوجد قياس وحيد ينتمي إلى المجال $]-\pi, \pi]$ يسمى القياس الرئيسي للزاوية الموجهة.

مثال :

في الشكل التالي :



$$(\overline{OA, OM}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \text{ إذن } (\overline{OA, OM}) \equiv \frac{\pi}{4} - 0 [2\pi]$$

$$(\overline{OM, OM'}) \equiv \frac{7\pi}{12} [2\pi] \text{ إذن } (\overline{OM, OM'}) \equiv \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$(\overline{OM, OA'}) \equiv \frac{3\pi}{4} [2\pi] \text{ إذن } (\overline{OM, OA'}) \equiv \pi - \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

IV- الزاوية الموجهة لمتجهتين غير منعدمتين :

تعريف :

الزاوية الموجهة للمتجهتين \vec{u} و \vec{v} الغير المنعدمتين

هي الزاوية الموجهة $([\overline{OM}], [\overline{OM'}])$ و نرمز لها : $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$.

قياسات الزاوية الموجهة $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ هي

قياسات الزاوية الموجهة $([\overline{OM}], [\overline{OM'}])$

القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $([\overline{OM}], [\overline{OM'}])$

هو القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$.

و نرمز لقياس الزاوية : $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}})$ بالرمز $(\overline{\vec{u}, \vec{v}})$.

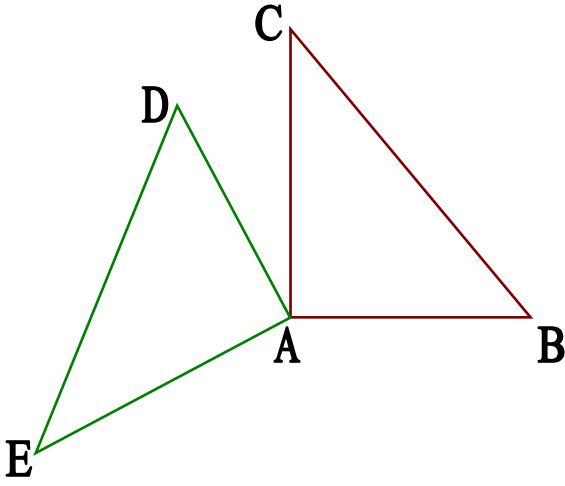
علاقة شال :

لتكن \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} ثلاث متجهات غير منعدمة.

لدينا : $(\overline{\vec{u}, \vec{v}}) + (\overline{\vec{v}, \vec{w}}) \equiv (\overline{\vec{u}, \vec{w}}) [2\pi]$

مثال :

المثلثان ABC و ADE مثلثان قائما الزاوية و الزاوية الهندسية $D\hat{A}C$ قياسها $\frac{\pi}{3}$.



لنحسب $(\overline{AE}, \overline{AB})$ و $(\overline{AB}, \overline{AD})$

$$(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv (\overline{AB}, \overline{AC}) + (\overline{AC}, \overline{AD}) [2\pi]$$

$$\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

$$\equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$$

$$(\overline{AE}, \overline{AB}) \equiv (\overline{AE}, \overline{AD}) + (\overline{AD}, \overline{AC}) + (\overline{AC}, \overline{AB}) [2\pi]$$

$$\equiv -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\equiv -\frac{4\pi}{3} [2\pi]$$

V- النسب المثلثية :

تعريف :

أصول النقطة M يسمى جيب تمام العدد الحقيقي x و نرسم له بـ $\cos x$

أرتوب النقطة M يسمى جيب العدد الحقيقي x و نرسم له بـ $\sin x$

أصول النقطة T يسمى ظل العدد الحقيقي x و نرسم له بالرمز $\tan x$.

إشارة النسب المثلثية :

$\cos x \geq 0$ في القوس $\widehat{BB'}$ الذي يحتوي على النقطة A .

$\cos x \leq 0$ في القوس $\widehat{BB'}$ الذي يحتوي على النقطة A' .

$\sin x \geq 0$ في القوس $\widehat{AA'}$ الذي يحتوي على النقطة B .

$\sin x \leq 0$ في القوس $\widehat{AA'}$ الذي يحتوي على النقطة B' .

$\tan x \geq 0$ في القوسين الصغيرين $\widehat{A'B'}$ و \widehat{AB} .

$\tan x \leq 0$ في القوسين الصغيرين $\widehat{A'B}$ و $\widehat{A'B'}$.

1- خاصيات :

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \text{و} \quad -1 \leq \sin x \leq 1$$
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{و} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

مثال :

لنحسب $\sin x$ علما أن $\cos x = \frac{2}{3}$ و $x \in]-\pi, 0[$

لدينا

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 x + \frac{4}{9} = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\sin^2 x = \frac{5}{9}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{أو} \quad \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

وبما ان $x \in]-\pi, 0[$ فإن $\sin x < 0$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{ومنه}$$

2 - خاصيات :

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$	$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$	$\sin(\pi - x) = \sin(x)$	$\sin(-x) = -\sin(x)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$	$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$	$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$
$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\tan(x)}$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan(x)}$	$\tan(\pi + x) = \tan(x)$	$\tan(\pi - x) = -\tan(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$

مثال :

تبسيط

$$\begin{aligned} & \sin(\pi - x) - \cos(5\pi + x) - \cos(x - 3\pi) + \sin(\pi + x) \\ &= \sin(\pi - x) - \cos(5\pi + x) - \cos(x - 3\pi) + \sin(\pi + x) \\ &= \sin(x) - \cos(4\pi + \pi + x) - \cos(x - \pi - 2\pi) - \sin(x) \\ &= \sin(x) - \cos(\pi + x) - \cos(x - \pi) - \sin(x) \\ &= \sin(x) + \cos(x) - \cos(\pi - x) - \sin(x) \\ &= \sin(x) + \cos(x) - \cos(x) - \sin(x) = 0 \end{aligned}$$

<http://riyadiate.site.voila.fr>